

% exp3\_2.m --- 矩阵分解命令的学习

function study\_lu\_and\_chol

% ----- LU 分解 -----

% [简介] 设 A 是非奇异矩阵,则有如下列主元的 LU 分解

%  $PA = LU$

% 其中 P 是置换矩阵(又称排列矩阵),L 是单位下三角矩阵且  $|l_{ij}| \leq 1$ ,U 是上三角矩阵

% 矩阵 A 如果有了上述分解则求解线性方程组  $Ax = b$  就等价于分别求解两个三角方程组

%  $Ly = Pb$  和  $Ux=y$

% 而求解三角方程组是非常容易的.用这种方法求解方程组与列主元的 Gauss 消去法是等价的

% 但 LU 分解还有其它优点. 参见 P65 例 9 和 P70 实验课题(一)

```
A = [10 -7 0
      -3  2  6
           5 -1 5];
```

```
[L U P] = lu(A)
```

% 如果再给 b,则下面是解两个三角方程组的程序. 参见 P49(3-15)式

```
b = [7 4 6]';
```

```
[n n]=size(A);
```

```
x = zeros(n,1);
```

% 前代求解:  $Ly = Pb$ (解用 x 储存)

```
b = P*b;
```

```
x(1) = b(1);
```

```
for k = 2:n
```

```
    x(k) = b(k)-L(k,1:k-1)*x(1:k-1);
```

```
end
```

% 回代求解:  $Ux = y$  (这里先  $y=x$ ,解仍用 x 储存)

```
x(n) = x(n)/U(n,n);
```

```
for k = n-1:-1:1
```

```
    x(k) = ( x(k)-U(k,k+1:n)*x(k+1:n) ) / U(k,k);
```

```
end
```

```
x
```

% ----- Cholesky 分解 -----

% [简介] 设 A 是(实对称)正定矩阵,则有如下唯一的分解

%  $A = R'R$

% 其中 R 是上三角矩阵且主对角元全为正

```

% 例
A = [4    -1    1
     -1  4.25  2.75
      1  2.75  3.5];
R = chol(A)

% [注 1] 有了 Chol 分解,求解 Ax = b 又可转化为分别求解两个三角方程组
%         这是容易的,请同学们自己完成(常称为平方根法)
% [注 2] P51 的 chol 分解 A = LDL'
%         避免了前面分解中的开方运算(开方运算比四则运算速度是慢的)

% ***** 你的实验 *****

% ★【实验一】
% 首先完成下面 Gauss 列选主元的消去法程序,单独存为 gauss.m 文件(注意一定要与函数
% 名相同)
% 可参考 P43 图 3-2
% 然后找一个例子调用此程序验证是否正确(调用方法同 Matlab 内部函数调用完全一样)

% function x = gauss(A,b)
% [n,n] = size(A);
% x = zeros(n,1);
%
% Aug = [A,b];           % 增广矩阵
%
% for k = 1:n-1
%     [piv,r] = max(abs(Aug(k:n,k))); % 找列主元所在子矩阵的行 r
%     r = r + k - 1;           % 列主元所在大矩阵的行
%
%     if r>k
%         ?                 % 对 Aug 实施行交换(一行命令就可以了,怎么
% 写?)
%     end
%
%     if Aug(k,k)==0, error('?'), end % 程序遇到 error 会中断执行并显示其中的提示内容
%
%     % 把增广矩阵消元成为上三角
%     for p = k+1:n
%         mult = Aug(p,k)/Aug(k,k); % 消元乘子
%         Aug(p,k:n+1) = ?;
%     end

```

```

% end
%
%% 解上三角方程组
% A = Aug(:,1:n); b = Aug(:,n+1);
% x(n) = ?;
% for k = n-1:-1:1
%     x(k) = ?;
% end

```

```

% 【实验二】编下面程序
% (1) 追赶法(P45)
% (2) Cholesky 分解法(P51)

```

% 下面是追赶法的程序你可以参考( 参见 P45 ),注意向量 a 的下标与书上不同

```

% function d = tridiag(a,b,c,d)
%% d = tridiag(a,b,c,d) --- 求解三对角线性方程组的追赶法( 参见 P45 )
%% 方程组的形式
%%      | b1  c1          | |x1|      | d1|
%%      | a1  b2  c2      | |x2|      | d2|
%%      |   a2  b3  c3     | |x3| =    | d3|
%%      |           a3  b4  c4 | |x4|      | d4|
%%      |           a4  b5 | |x5|      | d5|
%% 输入: a,b,c,d 是四个向量
%% 输出: d 方程组的解

% n = length(d);
% k = 1;
% d(k) = d(k)/b(k);
% c(k) = c(k)/b(k);
% for k = 2:n-1
%     b(k) = b(k) - a(k-1)*c(k-1);
%     c(k) = c(k)/b(k);
%     d(k) = ( d(k) - a(k-1)*d(k-1) )/b(k);
% end
% k = n;
% b(k) = b(k)-a(k-1)*c(k-1);
% d(k) = ( d(k) - a(k-1)*d(k-1) )/b(k);
%
%% d(n) = d(n);
% for k = n-1:-1:1
%     d(k) = d(k) - c(k)*d(k+1);

```

% end